

Tutorato di Statistica 1 del 13/12/2010
Docente: Prof.ssa Enza Orlandi
Tutore: Dott.ssa Barbara De Cicco

Esercizio 1.

Siano X_1, \dots, X_n v.a. distribuite come $N(\mu, \sigma^2)$ con μ nota.
Si vuole testare il test:

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 = \sigma_1^2 \end{cases}$$

Trovare il test più potente di livello $\alpha = 0,05$ sapendo che $\sigma_1^2 > \sigma_0^2$.

Esercizio 2.

Sia X_1, \dots, X_n un c.c. dalla distribuzione $N(\mu, 5)$ e sia $n = 20$. Vogliamo testare $H_0 : \mu_0 = 7$ contro $H_1 : \mu_1 > 7$

Trovare il test uniformemente più potente di livello 0.05.

Per il test ricavato calcolare la funzione di potenza in $\mu = 7.5; \mu = 8; \mu = 8.5; \mu = 9$.

Esercizio 3. (Esame 7 giugno 2010)

Siano X_1, \dots, X_n v.a. iid estratte da una popolazione $N(\mu, \sigma^2)$ con μ e σ^2 sconosciuti.
Si vuole verificare $H_0 : \sigma^2 = 1$ contro $H_1 : \sigma^2 > 1$.

Si calcoli la zona di rifiuto R come la funzione $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ per un test di ampiezza α usando il rapporto di verosomiglianza generalizzato.

Si dica inoltre cosa si intende per test uniformemente più potente di ampiezza α .
Il test trovato è un test uniformemente più potente? Motivare.

Esercizio 4.

Sia X_1, \dots, X_n v.a. i.i.d. estratti da una popolazione con funzione di densità:
 $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta^2} x e^{-x/\theta}$ con $x, \theta > 0$.

1. Valutare se la distribuzione appartiene alla famiglia esponenziale.
2. Trovare una statistica sufficiente.
3. Valutare se la media campionaria \bar{X} è uno stimatore corretto per θ . Altrimenti correggerlo.
4. Calcolare l'MSE dello stimatore corretto calcolato al punto precedente.
5. Calcolare lo stimatore di massima verosomiglianza di θ , vedere se è corretto. Trovare l'UMVUE.

Esercizio 5.

Supponiamo che un segnale avente valore μ sia trasmesso da una stazione A e il valore ricevuto dalla stazione B è distribuito come una $N(\mu, 4)$. Quindi quando μ è inviato il valore ricevuto è $\mu + U$ dove $U \sim N(0, 4)$ e rappresenta il rumore nella trasmissione. Per ridurre l'errore supponiamo che il valore è stato inviato per 9 volte. Se i rispettivi valori ricevuti sono:

5, 8.5, 12, 15, 7, 9, 7.5, 6.5, 10.5

cercare un intervallo di confidenza per μ al 95%.